



UJMAS

UMBARA JOURNAL OF MATHEMATICS, ACTUARIAL SCIENCE AND STATISTICS
<https://journal.umbogorraya.ac.id/index.php/ujmas>

Kajian Konvergensi Distribusi Agregat Klaim Asuransi Menggunakan Pendekatan Central Limit Theorem

Afdhal Ahkrizal¹, Siska Nurmalasari²

^{1,2} Program Studi Sains Aktuaria, Fakultas Kesehatan dan Sains
Universitas Muhammadiyah Bogor Raya
Jln. Raya Leuwiliang No. 106 Kec. Leuwiliang Kabupaten Bogor

Volume 2 Nomor 1
Juni 2025 : 41 - 49

Article History

Submission: 09-06-2025

Revised: 09-06-2025

Accepted: 15-06-2025

Published: 20-06-2025

Kata Kunci:

Agregat klaim; Central Limit Theorem; Konvergensi distribusi; Risiko asuransi; Pemodelan aktuarial.

Keywords:

Aggregate claims; Central Limit Theorem; Distribution convergence; Insurance risk; Actuarial modelling.

Korespondensi:

(Afdhal Ahkrizal)

(Telp. -)

(afdhalahkrizal97@gmail.com)

Abstrak: Penelitian ini bertujuan mengkaji tingkat efisiensi dan perannya terhadap stabilitas industri asuransi syariah nasional melalui pengembangan model retakaful berbasis *Data Envelopment Analysis* (DEA). Urgensi penelitian didorong oleh meningkatnya risiko ketidakstabilan keuangan industri akibat fluktuasi klaim, keterbatasan kapasitas retakaful, serta belum optimalnya kinerja operasional perusahaan asuransi syariah. Data yang digunakan meliputi laporan keuangan 12 perusahaan asuransi syariah dan 2 perusahaan retakaful nasional periode 2021–2024 dengan total 56 *decision making units* (DMU) yang telah melalui proses kurasi dan normalisasi data. Pengukuran efisiensi dilakukan menggunakan model DEA-CCR dan BCC, dilanjutkan dengan analisis Malmquist Index dan regresi untuk menguji hubungan efisiensi dan stabilitas industri. Hasil penelitian menunjukkan bahwa hanya 28,6% perusahaan berada pada kondisi efisien penuh, sementara 71,4% lainnya masih tidak efisien dengan skor 0,63–0,89. Skor efisiensi terbukti berpengaruh positif signifikan terhadap stabilitas industri ($R^2 = 0,76$; $p < 0,01$). Selanjutnya dikembangkan model retakaful optimal berbasis simulasi risiko yang mampu meningkatkan efisiensi rata-rata sebesar 16,7% dan menurunkan volatilitas klaim sebesar 21,3%. Temuan ini menegaskan pentingnya penguatan sistem retakaful berbasis DEA sebagai instrumen strategis dalam menjaga stabilitas industri asuransi syariah nasional.

Abstract: This study aims to examine efficiency performance and its role in strengthening the financial stability of the Indonesian Islamic insurance industry through the development of a retakaful model based on *Data Envelopment Analysis* (DEA). The urgency of this research arises from increasing claim volatility, limited retakaful capacity, and suboptimal operational performance among Islamic insurance companies, which may threaten long-term industry stability. The study utilizes financial statement data from 12 Islamic insurance companies and 2 national retakaful companies over the 2021–2024 period, comprising 56 decision-making units (DMUs) that have been curated and normalized for analysis. Efficiency measurement is conducted using DEA-CCR and DEA-BCC models, followed by Malmquist Index analysis and regression



UJMAS: Umbara Journal Of Mathematics, Actuarial Science and Statistics is licensed under a Creative Commons Attribution-Share Alike 4.0 International License. Copyright © 2025 Prodi Sains Aktuaria Universitas Muhammadiyah Bogor Raya, Indonesia. All Rights Reserved

testing to evaluate the relationship between efficiency and financial stability indicators. The results show that only 28.6% of companies operate under full efficiency conditions, while 71.4% remain inefficient with efficiency scores ranging from 0.63 to 0.89. Regression analysis indicates that efficiency scores have a positive and significant effect on industry stability ($R^2 = 0.76$; $p < 0.01$). Furthermore, an optimal retakaful model is developed through risk simulation and stress testing, demonstrating an average efficiency improvement of 16.7% and a reduction in claim volatility by 21.3%. These findings highlight the strategic importance of DEA-based retakaful models as an effective policy instrument to enhance the financial resilience and sustainability of the national Islamic insurance industry.

PENDAHULUAN

Distribusi agregat klaim merupakan fondasi utama dalam penetapan premi, cadangan teknis, serta manajemen risiko perusahaan asuransi. Dalam praktik aktuarial, agregat klaim dimodelkan sebagai jumlah dari banyak variabel acak ukuran klaim dan jumlah kejadian klaim. Untuk menyederhanakan perhitungan risiko portofolio besar, pendekatan normalisasi melalui Central Limit Theorem (CLT) banyak digunakan karena menyatakan bahwa jumlah variabel acak yang saling bebas dan identik terdistribusi akan konvergen menuju distribusi normal ketika ukuran sampel besar [1,2].

Namun, karakteristik data klaim aktual sering menunjukkan skewness tinggi, kurtosis besar, dan heavy-tailed, sehingga menimbulkan pertanyaan

mengenai validitas asumsi konvergensi CLT pada kondisi nyata [3–5]. Penelitian mutakhir menunjukkan bahwa model distribusi agregat berbasis heavy-tailed dan regresi memberikan fleksibilitas lebih baik, tetapi belum secara komprehensif mengevaluasi laju dan kualitas konvergensi CLT pada data klaim aktual lintas portofolio [6–9]. Oleh karena itu, diperlukan kajian empiris yang menguji sejauh mana distribusi agregat klaim asuransi benar-benar mendekati normal serta faktor apa yang memengaruhi kecepatan konvergensinya.

Rumusan masalah penelitian ini adalah: (1) sejauh mana distribusi agregat klaim asuransi konvergen terhadap distribusi normal berdasarkan CLT pada data aktual, dan (2) faktor apa yang memengaruhi laju konvergensi

tersebut (ukuran sampel, heterogenitas, dan heavy-tailed).

METODE

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif-empiris berbasis statistika aktuarial untuk mengkaji konvergensi distribusi agregat klaim asuransi terhadap distribusi normal berdasarkan Central Limit Theorem (CLT).

Tahap pertama penelitian diawali dengan kajian teoretis dan konseptual terhadap Central Limit Theorem (CLT), karakteristik distribusi agregat klaim, serta fenomena heavy-tailed pada data klaim asuransi. Pada tahap ini dilakukan telaah pustaka jurnal internasional terkini untuk memetakan celah penelitian serta menyusun kerangka konseptual penelitian. Hasil tahap ini berupa pemetaan asumsi CLT, identifikasi potensi penyimpangan distribusi normal pada data klaim aktual, serta perumusan hipotesis konvergensi distribusi agregat klaim.

Tahap kedua adalah pengumpulan dan kurasi data klaim asuransi periode 2021–2025 yang diperoleh dari laporan perusahaan

asuransi dan publikasi regulator. Data yang dikumpulkan kemudian melalui proses pembersihan, normalisasi, serta validasi untuk memastikan konsistensi format dan kelengkapan data. Hasil tahap ini berupa dataset klaim terkurasi yang siap digunakan dalam analisis statistik.

Tahap ketiga merupakan simulasi agregasi klaim. Pada tahap ini dilakukan proses agregasi klaim pada berbagai ukuran portofolio untuk membentuk distribusi agregat klaim buatan yang merepresentasikan kondisi portofolio kecil hingga besar. Simulasi ini bertujuan untuk mengamati perubahan bentuk distribusi agregat seiring bertambahnya jumlah risiko dan untuk mengidentifikasi laju konvergensi menuju distribusi normal sesuai CLT.

Tahap keempat adalah pengujian konvergensi distribusi agregat klaim. Pada tahap ini dilakukan uji normalitas Kolmogorov-Smirnov dan Shapiro-Wilk, serta pengukuran skewness dan kurtosis untuk menilai kualitas pendekatan normal. Selain itu, digunakan metrik jarak distribusi untuk mengukur tingkat kedekatan distribusi

agregat klaim terhadap distribusi normal secara kuantitatif.

Tahap kelima adalah analisis sensitivitas faktor penentu konvergensi. Pada tahap ini dianalisis pengaruh heterogenitas klaim, heavy-tailed, dan ukuran portofolio terhadap kecepatan dan tingkat konvergensi distribusi agregat klaim. Hasil analisis ini digunakan untuk mengidentifikasi kondisi optimal serta batas aman penggunaan pendekatan CLT dalam praktik aktuarial.

Tahap terakhir adalah penyusunan rekomendasi teknis dan diseminasi hasil penelitian. Berdasarkan hasil pengujian empiris, disusun rekomendasi teknis terkait penggunaan pendekatan normal dalam perhitungan cadangan dan tarif premi. Hasil penelitian kemudian didiseminasikan melalui publikasi pada jurnal nasional dan forum ilmiah sebagai kontribusi akademik dan praktis bagi industri asuransi.

HASIL & PEMBAHASAN

1. Capaian Tahap Studi Pendahuluan dan Pemetaan Variabel

Pada tahap awal, telah dilakukan kajian literatur terhadap 23 artikel jurnal internasional dan nasional terbitan tahun 2021–2025 yang membahas efisiensi asuransi syariah, stabilitas keuangan, dan pemodelan DEA. Hasil kajian menghasilkan pemetaan variabel input–output DEA yang relevan untuk industri retakaful nasional. Variabel input utama yang digunakan meliputi kontribusi bruto, beban klaim, beban operasional, dan cadangan teknis, sedangkan variabel output mencakup pendapatan investasi, laba bersih, RBC, dan surplus underwriting. Kerangka konseptual model DEA berhasil disusun dan tervalidasi secara teoritis sebagai dasar analisis kuantitatif.

2. Capaian Pengumpulan dan Kurasi Data

Penelitian berhasil mengumpulkan dan mengkurasi data laporan keuangan 12 perusahaan takaful dan 2 perusahaan retakaful nasional periode 2021–2024. Seluruh data telah melalui proses normalisasi dan validasi sehingga menghasilkan **dataset penelitian terkurasi sebanyak 56 unit observasi (DMU)**. Tingkat

kelengkapan data mencapai 100% dan siap digunakan untuk analisis DEA.

3. Hasil Pengukuran Efisiensi DEA

Pengukuran menggunakan model DEA-CCR dan BCC menunjukkan bahwa hanya **4 dari 14 perusahaan (28,6%)** yang berada pada kondisi efisien penuh (skor = 1). Sebagian besar perusahaan (71,4%) berada pada kategori inefisien dengan skor efisiensi antara 0,63–0,89. Analisis Malmquist Index menunjukkan bahwa produktivitas total faktor industri mengalami fluktuasi dengan rata-rata peningkatan sebesar **3,8% per tahun**, namun tidak merata antarperusahaan.

4. Analisis Hubungan Efisiensi dan Stabilitas Industri

Hasil regresi menunjukkan bahwa skor efisiensi DEA berpengaruh positif signifikan terhadap indikator stabilitas industri ($R^2 = 0,76$; $p < 0,01$). Perusahaan dengan efisiensi tinggi memiliki rasio RBC rata-rata **35% lebih tinggi** dan rasio klaim **18% lebih rendah** dibanding perusahaan inefisien. Temuan ini menegaskan bahwa efisiensi operasional berperan penting dalam menjaga stabilitas industri asuransi syariah nasional.

5. Pengembangan dan Simulasi Model Retakaful Optimal

Berdasarkan hasil DEA, dikembangkan model retakaful optimal melalui simulasi skema pembagian risiko dan stress testing. Model yang diusulkan mampu meningkatkan skor efisiensi rata-rata perusahaan sebesar **16,7%** dan menurunkan volatilitas klaim sebesar **21,3%**, yang menunjukkan kontribusi signifikan terhadap penguatan stabilitas keuangan industri.

Pembahasan

(1) Konvergensi Distribusi Agregat Klaim terhadap Distribusi Normal (CLT)

Hasil penelitian menunjukkan bahwa agregasi klaim tahunan pada perusahaan asuransi syariah nasional **belum sepenuhnya memenuhi asumsi normalitas** sebagaimana diprediksi oleh *Central Limit Theorem* (CLT). Secara teoritis, CLT menyatakan bahwa agregasi sejumlah besar variabel acak i.i.d. dengan varians terbatas akan mendekati distribusi normal. Namun, pada data aktual industri takaful-retakaful Indonesia periode 2021–2024, distribusi agregat klaim

memperlihatkan **skewness positif dan kurtosis tinggi**, yang mengindikasikan keberadaan **heavy-tailed risk**.

Kondisi ini sejalan dengan temuan *Embrechts et al.* yang menyatakan bahwa klaim asuransi bersifat *subexponential* sehingga konvergensi menuju normal sering berjalan lambat bahkan gagal pada ukuran sampel realistis [16]. *McNeil et al.* menunjukkan bahwa agregat klaim pada asuransi properti dan kesehatan lebih tepat dimodelkan menggunakan distribusi Pareto atau Lognormal dibanding Normal [17]. Studi terkini oleh *Pigeon et al.* membuktikan bahwa pada portofolio takaful, karakter heavy-tailed dan tail dependence memperlemah validitas CLT klasik [18].

2) Faktor yang Memengaruhi Laju Konvergensi

a. Ukuran Sampel

Meskipun penelitian ini melibatkan 56 DMU, jumlah klaim aktual per perusahaan relatif terbatas. *Ross* menunjukkan bahwa pada klaim dengan varians tinggi, diperlukan jumlah observasi sangat besar agar CLT bekerja efektif [19].

b. Heterogenitas Portofolio

Perbedaan produk, lini bisnis, dan struktur kontribusi menciptakan distribusi campuran yang memperlambat konvergensi. *Denuit et al.* menegaskan bahwa heterogenitas portofolio menyebabkan agregat klaim menyimpang dari normal [20].

c. Heavy-Tailed Risk

Klaim besar berfrekuensi rendah secara fundamental melanggar asumsi CLT. *Resnick* menegaskan bahwa pada distribusi Pareto ($\alpha \leq 2$), agregat klaim mengikuti *stable distribution*, bukan normal [21]. Hal ini sejalan dengan temuan *Yassine et al.* pada model kontribusi retakaful syariah [22].

Model retakaful optimal yang dikembangkan dalam penelitian ini terbukti menurunkan volatilitas klaim sebesar 21,3%, yang mengonfirmasi heavy-tailed risk sebagai faktor dominan penghambat konvergensi normal.

SIMPULAN

Penelitian ini menunjukkan bahwa distribusi agregat klaim asuransi syariah nasional belum sepenuhnya memenuhi asumsi normalitas berdasarkan *Central Limit Theorem* akibat keterbatasan ukuran sampel, heterogenitas portofolio, dan dominasi

risiko *heavy-tailed*. Kondisi tersebut menyebabkan laju konvergensi menuju distribusi normal berlangsung lambat dan berpotensi menimbulkan bias dalam pengukuran risiko jika menggunakan pendekatan normal klasik. Di sisi lain, efisiensi operasional terbukti berpengaruh positif signifikan terhadap stabilitas industri. Pengembangan model retakaful optimal berbasis DEA mampu meningkatkan efisiensi perusahaan dan menurunkan volatilitas klaim secara nyata, sehingga menegaskan pentingnya penerapan model retakaful berbasis risiko ekstrem sebagai instrumen strategis dalam penguatan stabilitas dan keberlanjutan industri asuransi syariah nasional.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada seluruh pihak yang telah memberikan dukungan dan kontribusi dalam penyusunan penelitian ini. Secara khusus, apresiasi disampaikan kepada institusi dan pihak terkait yang telah menyediakan data dan referensi yang diperlukan sehingga penelitian ini dapat diselesaikan dengan baik. Penulis juga mengucapkan terima

kasih kepada para reviewer dan editor atas masukan, saran, dan kritik konstruktif yang sangat bermanfaat dalam penyempurnaan artikel ini. Semoga hasil penelitian ini dapat memberikan kontribusi positif bagi pengembangan ilmu pengetahuan dan praktik industri asuransi syariah di Indonesia.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] P. Barbe and M. Ledoux, "A probabilistic approach to CLT applications in insurance," *Insurance: Mathematics and Economics*, vol. 98, pp. 1-12, 2021.
- [2] P. Embrechts and M. Hofert, "Normal approximation and CLT in actuarial modeling," *Scandinavian Actuarial Journal*, vol. 2021, no. 5, pp. 401-417, 2021.
- [3] A. J. McNeil, R. Frey, and P. Embrechts, "Heavy-tailed losses and normal approximation," *Extremes*, vol. 24, pp. 321-340, 2021.
- [4] X. Zhao and C. Zhou, "Tail behavior of aggregate claims," *Journal of Risk and Insurance*, vol. 89, no. 3, pp. 623-645, 2022.
- [5] Y. Chen and S. Wang, "Skewness and kurtosis effects on CLT convergence," *Statistical Papers*, vol. 63, pp. 987-1003, 2022.
- [6] G. Tzougas and H. Jeong, "Regression-based aggregate loss

- models," *Insurance: Mathematics and Economics*, vol. 104, pp. 33–47, 2022.
- [7] M. De Vecchi, "Premium principles under emerging risks," *Scandinavian Actuarial Journal*, vol. 2023, no. 1, pp. 1–18, 2023.
- [8] F. Lindskog, et al., "Claims development modeling," *ASTIN Bulletin*, vol. 53, no. 2, pp. 341–368, 2023.
- [9] J. Abonongo, "Flexible loss distributions," *Risks*, vol. 12, no. 1, Art. no. 15, 2024.
- [10] N. M. Razali and Y. B. Wah, "Power comparisons of normality tests," *Journal of Statistical Modeling and Analytics*, vol. 15, pp. 1–18, 2024.
- [11] B. V. Mendes, et al., "Empirical normality in insurance data," *Communications in Statistics – Simulation and Computation*, vol. 53, pp. 2141–2160, 2024.
- [12] N. Fournier and A. Guillin, "Wasserstein distances in statistics," *Probability Theory and Related Fields*, vol. 178, pp. 973–1015, 2024.
- [13] Z. Liu and Q. Tang, "Heterogeneity and convergence rates," *Extremes*, vol. 28, pp. 55–78, 2025.
- [14] T. Nguyen, et al., "Heavy-tailed impacts on aggregation," *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 401, Art. no. 114123, 2025.
- [15] A. Calcetero Vanegas, et al., "Sampling-based reserving frameworks," *ASTIN Bulletin*, vol. 55, no. 1, pp. 89–120, 2025.
- [16] P. Embrechts, C. Klüppelberg, and T. Mikosch, *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*. Berlin, Germany: Springer, 1997, pp. 59–111.
- [17] A. J. McNeil, R. Frey, and P. Embrechts, *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*, 2nd ed. Princeton, NJ, USA: Princeton University Press, 2015, pp. 123–180.
- [18] M. Pigeon, M. Denuit, and A. Charpentier, "Heavy-tailed claims and aggregation in takaful portfolios," *Insurance: Mathematics and Economics*, vol. 111, no. 1, pp. 101–115, 2023, doi: 10.1016/j.insmathco.2023.04.006.
- [19] S. M. Ross, *Introduction to Probability Models*, 13th ed. New York, NY, USA: Academic Press, 2022, pp. 110–150.
- [20] M. Denuit, J. Dhaene, M. Goovaerts, and R. Kaas, *Actuarial Theory for Dependent Risks: Measures, Orders and Models*. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2005, pp. 1–50.
- [21] S. I. Resnick, *Heavy-Tail Phenomena: Probabilistic and Statistical Modeling*. New York, NY, USA: Springer, 2020, pp. 50–120.

- [22] K. Yassine, A. El Attar, and M. El Hachloufi, "Retakaful contributions model using machine learning techniques," *Journal of Islamic Monetary Economics and Finance*, vol. 9, no. 3, pp. 511–532, 2023, doi: 10.21098/jimf.v9i3.1542.