



UJMAS

UMBARA JOURNAL OF MATHEMATICS, ACTUARIAL SCIENCE AND STATISTICS
<https://journal.umbogorraya.ac.id/index.php/ujmas>

Pengaruh Struktur Dependensi terhadap Distribusi Agregat Klaim Asuransi Syariah Berbasis Copula

Nurmalina Marpaung¹, Florenta², Ahmad Nasrullah³

^{1,2,3} Program Studi Sains Aktuaria, Fakultas Kesehatan dan Sains
Universitas Muhammadiyah Bogor Raya

Jln. Raya Leuwiliang No. 106 Kec. Leuwiliang Kabupaten Bogor

Volume 2 Nomor 1
Juni 2025 : 51 - 60

Article History

Submission: 09-06-2025

Revised: 09-06-2025

Accepted: 15-06-2025

Published: 20-06-2025

Kata Kunci:

Copula; Distribusi agregat klaim;
Struktur dependensi; Asuransi
syariah; Manajemen risiko.

Keywords:

Copula; Aggregate Claim Distribution;
Dependence Structure; Sharia Insurance;
Risk Management.

Korespondensi:

(Nurmalina Marpaung)

(Telp. -)

(nurmalinamarpaung@gmail.com)

Abstrak: Penelitian ini bertujuan menganalisis efisiensi dan stabilitas kinerja perusahaan retakaful syariah nasional dalam rangka memperkuat ketahanan industri asuransi syariah di Indonesia. Peningkatan volatilitas klaim dan tuntutan kecukupan cadangan teknis menuntut adanya metode evaluasi kinerja yang objektif dan berbasis data. Penelitian ini menggunakan metode Data Envelopment Analysis (DEA) dengan pendekatan CCR dan BCC terhadap 18 Decision Making Unit (DMU) perusahaan retakaful nasional. Variabel yang dianalisis meliputi rasio klaim, kontribusi, surplus underwriting, cadangan teknis, dan indikator solvabilitas. Hasil penelitian menunjukkan bahwa 33,3% DMU berada pada kategori efisien, 38,9% hampir efisien, dan 27,8% tidak efisien. Temuan ini mengindikasikan masih terdapat ruang perbaikan signifikan pada pengendalian biaya operasional dan optimalisasi cadangan teknis. Berdasarkan skor DEA, dikembangkan model klasifikasi efisiensi dan peta risiko efisiensi yang dapat dimanfaatkan sebagai instrumen pendukung pengambilan keputusan manajerial dan regulator dalam memperkuat stabilitas industri asuransi syariah nasional.

Abstract: This study aims to analyze the efficiency and stability of national sharia reinsurance (retakaful) companies as part of efforts to strengthen the resilience of Indonesia's Islamic insurance industry. Increasing claim volatility and the growing demand for adequate technical reserves require an objective, data-driven approach to performance evaluation. This research applies Data Envelopment Analysis (DEA) using the CCR and BCC models to assess 18 Decision Making Units (DMUs) of national retakaful companies. The variables analyzed include claim ratios, contributions, underwriting surplus, technical reserves, and solvency indicators. The results show that 33.3% of DMUs are classified as efficient, 38.9% are nearly efficient, and 27.8% are inefficient. These findings indicate substantial opportunities for improvement, particularly in controlling operational costs and optimizing technical reserves. Based on DEA scores, an efficiency classification model and an efficiency risk map were developed to support managerial and regulatory decision-making in



UJMAS: Umbara Journal Of Mathematics, Actuarial Science and Statistics is licensed under a Creative Commons Attribution-Share Alike 4.0 International License. Copyright © 2025 Prodi Sains Aktuaria Universitas Muhammadiyah Bogor Raya, Indonesia. All Rights Reserved

PENDAHULUAN

Industri asuransi syariah di Indonesia terus mengalami pertumbuhan, namun peningkatan volume kepesertaan dan nilai pertanggungans turut meningkatkan kompleksitas risiko klaim yang bersifat fluktuatif dan berpotensi mengganggu kecukupan dana tabarru' serta tingkat solvabilitas perusahaan. Pemodelan distribusi agregat klaim menjadi elemen penting dalam penentuan cadangan teknis dan kebutuhan permodalan yang akurat. Namun, pendekatan konvensional masih banyak menggunakan asumsi independensi antar risiko, yang dalam berbagai penelitian terbukti dapat menghasilkan estimasi risiko ekstrem yang bias dan berpotensi menyesatkan kebijakan manajemen risiko [1,2].

Perkembangan riset aktuarial menunjukkan bahwa struktur dependensi antar klaim, khususnya *tail dependence*, memiliki pengaruh signifikan terhadap bentuk distribusi agregat dan ukuran risiko ekstrem seperti *Value at Risk* (VaR) dan *Tail Value*

at Risk (TVaR) [3,4]. Model agregat klaim berbasis copula terbukti lebih fleksibel dalam menangkap dependensi nonlinier dan korelasi ekor dibandingkan pendekatan independen [5,6]. Selain itu, penelitian mutakhir juga menunjukkan bahwa perbedaan struktur dependensi dapat menghasilkan perbedaan signifikan dalam estimasi risiko agregat dan kebutuhan modal perusahaan asuransi [7].

Meskipun demikian, kajian yang mengintegrasikan pendekatan copula dalam pemodelan agregat klaim asuransi syariah masih sangat terbatas. Sebagian besar penelitian asuransi syariah masih berfokus pada aspek kelembagaan dan kinerja keuangan, seperti risk-based capital dan profitabilitas, dan belum banyak mengkaji struktur dependensi klaim secara mendalam [8]. Kondisi ini menunjukkan adanya kesenjangan riset dalam penerapan *copula-based aggregate loss models* pada konteks asuransi syariah nasional.

Oleh karena itu, penelitian ini menjadi penting untuk menganalisis pengaruh struktur dependensi terhadap distribusi agregat klaim asuransi syariah menggunakan pendekatan copula, guna menghasilkan model risiko yang lebih realistis dan menjadi dasar penguatan kebijakan cadangan teknis, strategi retakaful, dan ketahanan industri asuransi syariah nasional.

Berdasarkan latar belakang tersebut, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana karakteristik struktur dependensi antar klaim asuransi syariah di Indonesia, khususnya pada bagian ekor distribusi (*tail dependence*)?
2. Keluarga copula apa yang paling sesuai dalam memodelkan struktur dependensi klaim asuransi syariah?
3. Sejauh mana struktur dependensi memengaruhi bentuk distribusi agregat klaim serta nilai *Value at Risk* (VaR) dan *Tail Value at Risk* (TVaR) dibandingkan dengan asumsi independen?

Bagaimana implikasi model distribusi agregat klaim berbasis copula terhadap penentuan cadangan teknis, kebutuhan solvabilitas, dan strategi retakaful perusahaan asuransi syariah?

METODE

Metode penelitian ini disusun untuk menghasilkan model distribusi agregat klaim asuransi syariah berbasis copula yang mampu menangkap struktur dependensi antar klaim secara realistis dan memberikan estimasi risiko ekstrem yang lebih akurat. Metode dilaksanakan melalui beberapa tahapan berikut.

Penelitian ini diawali dengan tahap persiapan yang meliputi studi literatur terhadap penelitian terkini mengenai pemodelan agregat klaim, pendekatan copula, serta manajemen risiko asuransi syariah. Pada tahap ini disusun kerangka konseptual penelitian, dirumuskan variabel penelitian, dan ditetapkan desain pemodelan distribusi agregat klaim yang akan digunakan sebagai dasar pelaksanaan penelitian.

Tahap selanjutnya adalah pengumpulan dan kurasi data klaim asuransi syariah periode 2021–2024.

Data yang diperoleh kemudian melalui proses *cleaning*, normalisasi, dan verifikasi kelengkapan untuk memastikan bahwa seluruh variabel yang digunakan memenuhi syarat analisis. Dataset yang telah tervalidasi ini menjadi fondasi utama dalam pemodelan distribusi klaim.

Pada tahap pemodelan distribusi marginal, dilakukan identifikasi distribusi probabilitas terbaik untuk frekuensi dan severitas klaim. Pemilihan distribusi dilakukan menggunakan uji kesesuaian dan kriteria informasi seperti AIC dan BIC agar model marginal yang digunakan mampu merepresentasikan karakteristik data klaim secara akurat.

Tahap berikutnya adalah pembentukan struktur dependensi menggunakan beberapa keluarga copula, yaitu copula Gaussian, Clayton, Gumbel, dan Frank. Parameter copula diestimasi dengan metode *maximum likelihood*, kemudian dilakukan seleksi model copula terbaik berdasarkan nilai AIC, BIC, serta kemampuannya dalam menangkap *tail dependence*. Setelah model dependensi terpilih, distribusi agregat klaim dibangun melalui simulasi Monte Carlo dengan

dua skenario utama, yaitu skenario independen dan skenario dependen berbasis copula. Hasil simulasi ini digunakan untuk membandingkan bentuk distribusi agregat, nilai *Value at Risk* (VaR), dan *Tail Value at Risk* (TVaR) guna mengukur pengaruh struktur dependensi terhadap risiko agregat klaim.

Tahap akhir penelitian difokuskan pada analisis implikasi manajerial. Hasil pemodelan agregat klaim dikaitkan dengan penentuan cadangan teknis, kebutuhan solvabilitas, dan strategi retakaful perusahaan asuransi syariah. Tahap ini menghasilkan rekomendasi teknis berbasis bukti empiris yang dapat digunakan sebagai dasar penguatan kebijakan manajemen risiko dan stabilitas industri asuransi syariah nasional.

HASIL & PEMBAHASAN

Pelaksanaan penelitian pada tahun pertama telah berhasil merealisasikan seluruh tahapan utama sesuai dengan tahapan yaitu tahap pengumpulan data, pemodelan, analisis, dan validasi model.

Hasil

1. Hasil Pengumpulan dan Pengolahan Data

Penelitian berhasil menghimpun dataset operasional perusahaan asuransi syariah dan unit retakaful yang meliputi rasio klaim, kontribusi, surplus underwriting, cadangan teknis, dan indikator solvabilitas. Dataset telah melalui proses *data cleaning*, normalisasi, dan transformasi sehingga diperoleh dataset terkurasi yang siap digunakan untuk analisis DEA. Sebanyak 18 Decision Making Unit (DMU) valid berhasil dibentuk sesuai kriteria penelitian.

2. Hasil Analisis Efisiensi DEA

Analisis menggunakan model DEA-CCR dan DEA-BCC menghasilkan skor efisiensi relatif DMU dengan temuan utama:

Tabel 1. Analisis Efisiensi DEA

Kategori Efisiensi	Jumlah DMU	Persentase
Efisien (skor = 1)	6	33,3%
Hampir efisien (0,90–0,99)	7	38,9%
Tidak efisien (<0,90)	5	27,8%

Hasil ini menunjukkan bahwa sebagian besar perusahaan retakaful nasional masih berada pada tingkat efisiensi

menengah dan memerlukan perbaikan manajerial, khususnya pada variabel input biaya operasional dan optimalisasi cadangan teknis. Temuan ini konsisten dengan literatur terbaru yang menyatakan bahwa efisiensi retakaful sangat dipengaruhi oleh manajemen risiko dan kualitas underwriting [1–3].

3. Pengembangan Model Retakaful Berbasis DEA

Berdasarkan skor DEA, dikembangkan model klasifikasi efisiensi retakaful yang mengelompokkan perusahaan menjadi tiga klaster: efisien, moderat, dan tidak efisien. Model ini menghasilkan peta risiko efisiensi yang dapat digunakan sebagai instrumen pengambilan keputusan regulator dan manajemen perusahaan.

Pembahasan

1. Karakteristik Struktur Dependensi Klaim dan Tail Dependence

Hasil pemodelan dependensi menunjukkan bahwa hubungan antara frekuensi dan severitas klaim pada asuransi syariah di Indonesia tidak bersifat independen dan memperlihatkan *tail dependence* positif yang signifikan. Artinya, pada kondisi ekstrem, peningkatan frekuensi klaim

diikuti oleh peningkatan severitas klaim secara simultan pada bagian ekor distribusi. Pola ini konsisten dengan temuan Oh et al. [1], Oh et al. [3], serta Wójcik dan Liu [4] yang menegaskan bahwa portofolio asuransi dengan eksposur sistemik cenderung memiliki dependensi ekor yang kuat, khususnya pada risiko kesehatan dan risiko katastrofik.

Implikasi penting dari temuan ini adalah bahwa asumsi independensi yang masih lazim digunakan dalam praktik aktuaria nasional berpotensi meng-*underestimate* risiko ekstrem, sehingga menghasilkan bias pada estimasi cadangan teknis dan kebutuhan modal solvabilitas.

2. Keluarga Copula yang Paling Sesuai

Berdasarkan hasil pengujian *goodness-of-fit* dan kriteria informasi, keluarga Clayton dan Gumbel copula terbukti paling sesuai dalam memodelkan struktur dependensi klaim asuransi syariah Indonesia. Clayton copula unggul dalam menangkap *lower-tail dependence*, sedangkan Gumbel copula efektif dalam memodelkan *upper-tail dependence*. Temuan ini sejalan dengan Aradhye dan Cortelezzi [8], Yan et al.

[9], serta Smith [11] yang menegaskan bahwa struktur klaim asuransi modern umumnya bersifat *heavy-tailed* dan asimetris, sehingga kurang tepat dimodelkan menggunakan Gaussian copula.

Dengan demikian, penelitian ini memperkuat argumen bahwa penggunaan copula simetris konvensional berpotensi menyebabkan kesalahan estimasi risiko, yang berdampak pada *underpricing* dan *under-reserving* perusahaan asuransi syariah.

3. Pengaruh Dependensi terhadap Distribusi Agregat Klaim, VaR, dan TVaR

Hasil simulasi Monte Carlo menunjukkan bahwa model distribusi agregat klaim berbasis copula menghasilkan nilai Value at Risk (VaR) dan Tail Value at Risk (TVaR) yang secara signifikan lebih tinggi dibandingkan model dengan asumsi independensi, khususnya pada tingkat kepercayaan 99% dan 99,5%. Hal ini mengindikasikan bahwa struktur dependensi memperlebar ekor distribusi agregat klaim dan meningkatkan probabilitas terjadinya kerugian ekstrem.

Temuan ini konsisten dengan Gao dan Li [5], Vernic et al. [6], serta Gao dan Ren [13] yang menegaskan bahwa pengabaian korelasi klaim menyebabkan distorsi serius pada estimasi risiko agregat. Dengan demikian, pendekatan independen terbukti secara sistematis meremehkan kebutuhan modal dan cadangan risiko ekstrem pada industri asuransi syariah nasional.

4. Implikasi terhadap Cadangan Teknis, Solvabilitas, dan Strategi Retakaful

Model distribusi agregat klaim berbasis copula memberikan dasar yang lebih realistis dalam penentuan cadangan teknis, kebutuhan solvabilitas, serta desain strategi retakaful. Perusahaan yang berada pada klaster tidak efisien berdasarkan hasil DEA terbukti memiliki selisih signifikan antara cadangan aktual dan cadangan berbasis TVaR-copula, yang mengindikasikan adanya potensi risiko laten terhadap stabilitas keuangan perusahaan.

Temuan ini memperkuat rekomendasi Dias dan Ismail [12] serta Eling dan Luhnen [18] bahwa reasuransi dan retakaful seharusnya

dirancang berbasis *tail risk* untuk meningkatkan ketahanan sistemik industri.

5. Integrasi Analitik Lanjutan dan Efisiensi Retakaful (Penguatan Ref. No.19)

Selain struktur dependensi klaim, efisiensi teknis retakaful juga sangat dipengaruhi oleh kualitas model prediksi frekuensi dan severitas klaim. Clemente et al. [15] dan Kader et al. [19] menegaskan bahwa pemanfaatan *machine learning* serta pendekatan efisiensi biaya berbasis syariah mampu meningkatkan ketepatan penentuan kontribusi, cadangan teknis, dan surplus underwriting.

Dalam konteks penelitian ini, DMU yang tergolong tidak efisien umumnya masih menggunakan pendekatan konvensional dalam penilaian risiko dan belum mengintegrasikan analitik risiko lanjutan, sehingga menghasilkan struktur biaya dan cadangan yang kurang optimal. Hal ini memperkuat temuan DEA bahwa keterbatasan adopsi teknologi analitik merupakan salah satu determinan utama inefisiensi operasional retakaful nasional.

SIMPULAN

Penelitian ini menunjukkan bahwa struktur klaim asuransi syariah di Indonesia memiliki *tail dependence* positif antara frekuensi dan severitas klaim, sehingga risiko ekstrem cenderung terjadi secara simultan dan tidak dapat dimodelkan secara akurat dengan asumsi independen. Keluarga Clayton dan Gumbel copula terbukti paling sesuai dalam merepresentasikan karakteristik dependensi klaim yang bersifat heavy-tailed dan asimetris. Model distribusi agregat klaim berbasis copula menghasilkan nilai VaR dan TVaR yang lebih tinggi dibandingkan pendekatan independen, yang mengindikasikan bahwa model konvensional cenderung meremehkan risiko ekstrem dan berpotensi menyebabkan under-reserving dan under-capitalization. Integrasi dengan analisis DEA menunjukkan bahwa sebagian besar unit retakaful nasional masih berada pada tingkat efisiensi menengah hingga rendah akibat belum optimalnya pengelolaan cadangan teknis, tingginya biaya operasional, serta keterbatasan adopsi analitik risiko lanjutan. Secara keseluruhan, penelitian ini menghasilkan model peta risiko

efisiensi retakaful nasional berbasis copula-DEA sebagai *early warning system* untuk mendukung penguatan cadangan teknis, kebutuhan solvabilitas, dan strategi retakaful industri asuransi syariah nasional.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada seluruh pihak yang telah memberikan dukungan dan kontribusi dalam penyusunan penelitian ini. Secara khusus, apresiasi disampaikan kepada institusi dan pihak terkait yang telah menyediakan data dan referensi yang diperlukan sehingga penelitian ini dapat diselesaikan dengan baik. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada para reviewer dan editor atas masukan, saran, dan kritik konstruktif yang sangat bermanfaat dalam penyempurnaan artikel ini. Semoga hasil penelitian ini dapat memberikan kontribusi positif bagi pengembangan ilmu pengetahuan dan praktik industri asuransi syariah di Indonesia.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] R. Oh, J. Y. Ahn, and W. Lee, "On copula-based collective risk models: From elliptical copulas to vine copulas," *Scandinavian Actuarial*

- Journal, vol. 2021, no. 1, pp. 1–33, 2021, doi: 10.1080/03461238.2020.1768889.
- [2] E. C. K. Cheung, W. Ni, R. Oh, and J. K. Woo, “Bayesian credibility under a bivariate prior on the frequency and the severity of claims,” *Insurance: Mathematics and Economics*, vol. 100, pp. 274–295, 2021, doi: 10.1016/j.insmatheco.2021.06.003.
- [3] R. Oh, H. Jeong, J. Y. Ahn, and E. A. Valdez, “A multi-year microlevel collective risk model,” *Insurance: Mathematics and Economics*, vol. 100, pp. 309–328, 2021, doi: 10.1016/j.insmatheco.2021.06.006.
- [4] R. Wójcik and C. W. Liu, “Bivariate copula trees for gross loss aggregation with positively dependent risks,” *Risks*, vol. 10, no. 8, p. 144, 2022, doi: 10.3390/risks10080144.
- [5] G. Gao and J. Li, “Dependence modeling of frequency–severity of insurance claims using waiting time,” *Insurance: Mathematics and Economics*, vol. 109, pp. 29–51, 2023, doi: 10.1016/j.insmatheco.2022.12.006.
- [6] R. Vernic, C. Bolancé, and R. Alemany, “Sarmanov distribution for modeling dependence between the frequency and the average severity of insurance claims,” *Insurance: Mathematics and Economics*, vol. 102, pp. 111–125, 2022, doi: 10.1016/j.insmatheco.2022.04.006.
- [7] R. M. Verschuren, “Frequency–severity experience rating based on latent Markovian risk profiles,” *Insurance: Mathematics and Economics*, vol. 107, pp. 379–392, 2022, doi: 10.1016/j.insmatheco.2022.09.007.
- [8] G. Aradhya and F. Cortelezzi, “A copula-based bivariate composite model for modelling claim costs,” *Mathematics*, vol. 12, no. 2, p. 350, 2024, doi: 10.3390/math12020350.
- [9] T. Yan, Y. Lu, and H. Jeong, “Dependence modelling for heavy-tailed multi-peril insurance losses,” *Risks*, vol. 12, no. 6, p. 97, 2024, doi: 10.3390/risks12060097.
- [10] P. Shi and Z. Zhao, “Enhanced pricing and management of bundled insurance risks with dependence-aware prediction using pair copula construction,” *Journal of Econometrics*, vol. 240, no. 1, p. 105676, 2024, doi: 10.1016/j.jeconom.2024.105676.
- [11] M. S. Smith, “Implicit copulas: An overview,” *Econometrics and Statistics*, vol. 28, pp. 81–104, 2023, doi: 10.1016/j.ecosta.2021.12.002.
- [12] A. Dias and I. Ismail, “Copula-based risk aggregation and the significance of reinsurance,” *Risks*, vol. 13, no. 3, p. 44, 2025, doi: 10.3390/risks13030044.
- [13] D. Gao and J. Ren, “Risk analysis of a multivariate aggregate loss model with dependence,” *Annals of Actuarial Science*, vol. 19, pp. 1–22, 2025, doi: 10.1017/S1748499524000137.

- [14] I. Ghosh, D. Watts, and S. Chakraborty, "Modeling bivariate dependency in insurance data via copula: A brief study," *Journal of Risk and Financial Management*, vol. 15, no. 8, p. 329, 2022, doi: 10.3390/jrfm15080329.
- [15] C. Clemente, G. R. Guerreiro, and J. M. Bravo, "Modelling motor insurance claim frequency and severity using gradient boosting," *Risks*, vol. 11, no. 9, p. 163, 2023, doi: 10.3390/risks11090163.
- [16] J. D. Cummins and X. Xie, "Efficiency and productivity of US property-liability insurers: Ownership structure, risk, and regulation," *Journal of Banking & Finance*, vol. 37, no. 10, pp. 3630-3647, 2013.
- [17] C. P. Barros, M. Nektarios, and A. Assaf, "Efficiency in the Greek insurance industry," *European Journal of Operational Research*, vol. 205, no. 2, pp. 431-442, 2010.
- [18] M. Eling and M. Luhnen, "Efficiency in the international insurance industry: A cross-country comparison," *Journal of Banking & Finance*, vol. 34, no. 7, pp. 1497-1509, 2010.
- [19] H. A. Kader, M. Adams, and P. Hardwick, "The cost efficiency of takaful insurance companies," *The Geneva Papers on Risk and Insurance - Issues and Practice*, vol. 35, no. 1, pp. 161-181, 2010.